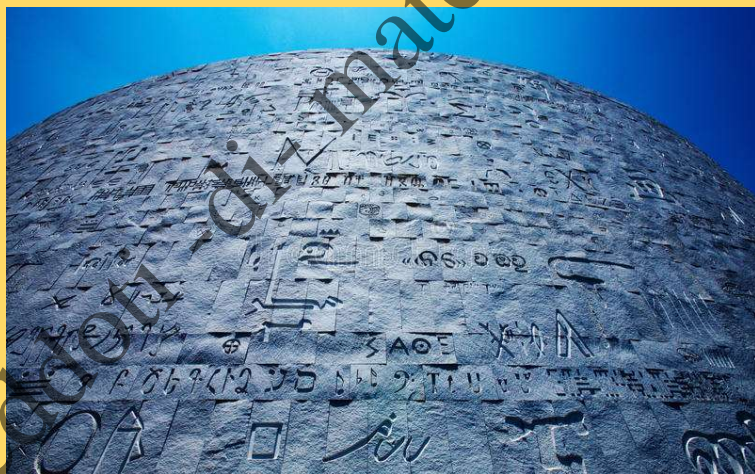
ANEDDOTI (di) MATEMATICI ANTICHI

Daniele Ballo

Indice

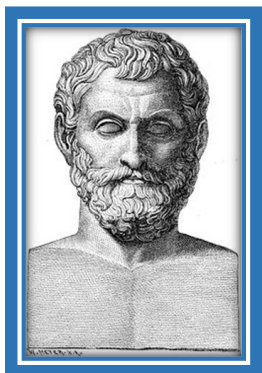
Introduzione

"Che cos'è la matematica? Un'accozzaglia di numeri, lettere strane, regole e dimostrazioni che annoiano." Probabilmente è questo che potrei sentire se facessi la domanda ad un qualsiasi studente di oggi. Potrei addirittura scommettere che anche qualche adulto la pensa così. Con questo piccolo libro mi piacerebbe provare il contrario e far vedere come può essere divertente ed emozionante questa materia. E come? Basterà fare qualche passo indietro nella storia, non molto lontano, quando ancora non c'erano i computer, le calcolatrici, gli smartphone o la televisione e vedremo come gli antichi risolvevano problemi, e che problemi, senza digitare su una tastiera e cercare in internet la soluzione. Vedremo come quella cosa noiosa di cui parlavamo prima, riesca a prendere anche sembianze di gioco, arrivando appunto ad essere divertente. Quanto divertente? Vediamo…

Ballo Daniele

Principali centri matematici dell'antichità classica

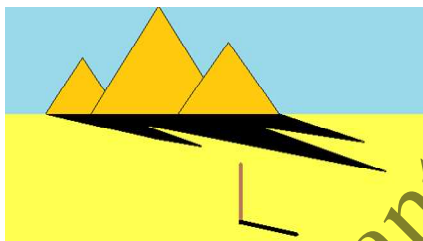
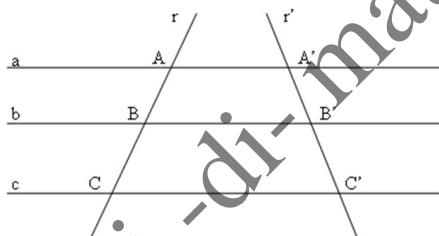
1. Siracusa – **2**. Crotone – **3**. Elea – **4**. Roma – **5**. Taranto – **6**. Cirene – **7**. Elide – **8**. Atene – **9**. Stagira – **10**. Abdera – **11**. Bisanzio – **12**. Calcedonia – **13**. Nicea – **14**. Cizico – **15**. Pergamo – **16**. Chio – **17**. Samo – **18**. Smirne – **19**. Mileto – **20**. Cnido – **21**. Rodi – **22**. Perge – **23**. Calcide – **24**. Gerasa – **25**. Alessandria – **26**. Siene.

❖ Talete di Mileto 624 – 547 a.C.

Il primo personaggio che incontriamo è Talete, nato a Mileto, un'antica città sulla costa sud-ovest dell'attuale Turchia. Considerato uno dei sette sapienti e primo filosofo della storia del pensiero occidentale viene anche riconosciuto come il primo matematico della storia: il primo cioè a ricercare regole generali su basi logiche per risolvere problemi di geometria a differenza dagli Egizi e dai Babilonesi che procedevano con metodi pratici e sperimentali. Se pure egli scrisse, nulla è rimasto delle sue opere; gli vengono attribuite: un'*Astronomia nautica* e un'*Astrologia*, come afferma Plutarco; due altre opere intitolate *Sul solstizio* e *Sull'equinozio*, mentre Galeno gli riconosce un'opera in due libri, intitolata *Dei principi.* Erodoto attribuisce a Talete la previsione dell'eclissi di sole verificatasi il 28 maggio 585 a.C., che avrebbe impressionato talmente i Medi e i Lidi, in guerra tra loro, da smettere di combattere nonché l'elaborazione di un espediente che avrebbe permesso all'esercito di Creso, il re della Lidia in guerra contro il persiano Ciro il Grande, di attraversare il fiume Halys.

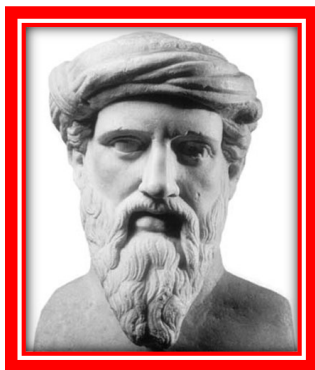
Molti sono gli aneddoti su Talete: Platone nel *Teeteto* ricorda come, assorto nella contemplazione degli astri fosse caduto in una buca, suscitando le risa della serva di origine tracia. L'aneddoto dei frantoi di Talete è tramandato da Aristotele nella sua opera *Politica*:

"...siccome, povero com'era, gli rinfacciavano l'inutilità della filosofia, avendo previsto in base a calcoli astronomici un'abbondante raccolta di olive, ancora in pieno inverno, pur disponendo di poco denaro, si accaparrò tutti i frantoi di Mileto e di Chio per una cifra irrisoria, dal momento che non ve n'era alcuna richiesta; quando giunse il tempo della raccolta, cercando in tanti urgentemente tutti i frantoi disponibili, egli li affittò al prezzo che volle imporre, raccogliendo così molte ricchezze e dimostrando che per i filosofi è molto facile arricchirsi, ma tuttavia non si preoccupano di questo."

Ma quello più celebre è ripreso da Plutarco e da Plinio il Vecchio secondo il quale il faraone Amasis avrebbe voluto mettere alla prova la perizia scientifica di Talete, sfidandolo a misurare l'altezza della piramide di Cheope; superata la prova, il faraone gli espresse la sua ammirazione, dichiarandosi *"stupefatto del modo in cui hai misurato la piramide senza il minimo imbarazzo e senza strumenti. Piantata un'asta al limite dell'ombra proiettata dalla piramide, poiché i raggi del sole, investendo l'asta e la piramide formavano due triangoli, hai dimostrato che l'altezza dell'asta e quella della piramide stanno nella stessa*

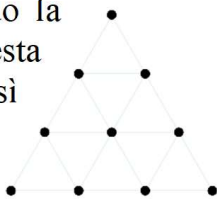
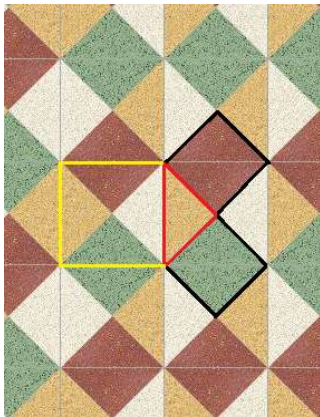
proporzione in cui stanno le loro ombre". Impressionati da tale calcolo, i sacerdoti lo ammisero nelle loro biblioteche, dove Talete poté consultare le opere di astronomia lì conservate. Il suo nome è rimasto legato maggiormente al noto teorema il quale asserisce che "*un fascio di rette parallele intersecanti due trasversali determina su di esse classi di segmenti direttamente proporzionali.*"

$$AB : A'B' = BC : B'C'$$

Il teorema afferma in pratica che se prese tre parallele *a,b,c* taglianti due rette trasversali *r* e *r'* , rispettivamente nei punti A B C e A' B' C' , allora il rapporto tra i segmenti omologhi dell'una e dell'altra è sempre costante.

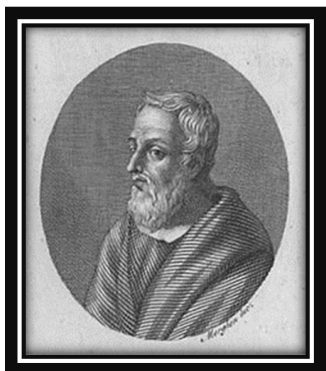
❖ Pitagora di Samo 569 – 475 a.C.

Non lontano da Mileto, a Samo, troviamo un uomo che abbiamo sentito molte volte nominare per via del "suo[1]" famoso teorema[2]. Le nostre conoscenze sono particolarmente confuse per quel che concerne la vita personale di Pitagora, perciò quando si parla della sua opera si fa riferimento al lavoro effettuato dal gruppo che lo circondava. Si dice che il motto della scuola pitagorica, da lui fondata a Crotone, fosse *"tutto è numero"* e che la figura della stella a cinque punte ne fosse il simbolo. Il suo pensiero ha avuto enorme importanza per la scienza, perché ha intuito per primo l'efficacia della matematica per descrivere il mondo.

---

1 – Antichi reperti, tra cui tavolette di argilla, mostrano come l'enunciato del teorema era già noto ai Babilonesi mille anni prima di Pitagora, nonché anche in Cina e India.
2 – *"In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti."*

Oggi abbiamo dettagli sulla vita di Pitagora che provengono da antiche biografie ma che sono scritte da autori i quali gli attribuiscono poteri divini e il cui scopo fu di presentarlo come un dio. Secondo Aristotele, i pitagorici sostenevano che "il mondo intero fosse armonia e numero". Pitagora maturò la convinzione che le cose fossero numeri (in particolare numeri dispari) dallo studio della musica, della matematica e della astronomia. In particolare, da virtuoso della lira quale era, notò come gli accordi musicali fossero esprimibili in termini di rapporti tra numeri interi. Vide la stessa armonia riflessa nell'universo e non esitò a parlare di armonia generale del cosmo. Secondo Pitagora il numero era un punto, e siccome il mondo è formato da un insieme di punti, arrivò alla conclusione che la realtà è matematica. Il numero per eccellenza è l' "1", considerato "divino". I numeri pari erano considerati indefiniti; i numeri dispari erano considerati finiti, chiusi, perfetti, ad esclusione del numero 10 che veniva considerato il "numero per eccellenza", in quanto la sua raffigurazione che avveniva per "punti" formava una figura piramidale chiamata "tetraktys". I numeri venivano classificati quindi secondo la forma geometrica che questa rappresentazione dava, ottenendo così numeri triangolari, quadrati, pentagonali, esagonali, ecc.

Affascinante è però l'aneddoto che riguarda la scoperta del suo più noto risultato. In quell'epoca l'isola di Samo era governata dal tiranno Policrate. Un giorno Pitagora sì recò nella dimora del sovrano per essere ricevuto e nell'attesa, arrivò l'illuminazione: la sala in cui aspettava era ricoperta da piastrelle la cui disposizione attirò l'attenzione del matematico: notò che, partendo da un triangolo rettangolo (rosso), se si sommano i quadrati (neri) costruiti sui cateti si ottiene il quadrato (giallo) costruito sull'ipotenusa, cioè sul lato obliquo. Nella foto si possono vedere i quadrati neri composti ciascuno da due piastrelle triangolari mentre quello giallo da quattro della stessa grandezza.

È proprio vero che l'attesa è il momento più piacevole!

❖ Ippaso di Metaponto VI-V secolo a.C.

Ippaso da Metaponto, Italia, provincia di Matera, è considerato la personalità più rilevante della scuola pitagorica antica dopo il fondatore. Giamblico (250 – 330 d.C.) gli attribuisce la descrizione del dodecaedro regolare e la dimostrazione della sua iscrivibilità in una sfera. Ma la scoperta che gli risulterà “fatale” sarà l'esistenza di grandezze incommensurabili[1]. Ippaso, trasgredendo alle rigide regole della scuola, divulgò questo risultato. Per capire meglio dobbiamo ricordare che, per la Scuola Pitagorica, tutto è numero. Il mondo e la sua armonia erano basati sui numeri interi e sui loro rapporti; i rapporti fra numeri interi davano origine ai numeri “razionali” e su di essi i pitagorici avevano costruito un edificio coerente per l’interpretazione del mondo.

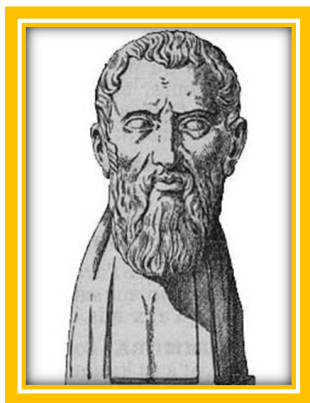
1 - Si dice di due grandezze omogenee che non ammettono un sottomultiplo comune e il cui rapporto è dato da un numero irrazionale, cioè un numero con infinite cifre dopo la virgola.

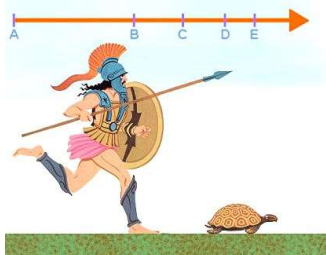
Ma, come conseguenza del teorema di Pitagora applicato ad un triangolo rettangolo isoscele, improvvisamente l’edificio così faticosamente costruito subì una scossa paragonabile ad un terribile terremoto. Per il suo tradimento, Ippaso venne messo al bando dai pitagorici che, si racconta, gli innalzarono un monumento funebre, perché fosse chiaro che per loro era morto. Si narra anche che lo stesso Giove, adirato contro di lui, lo fece perire in un naufragio.

Il filosofo greco Proclo (412 - 485 d. C.) scrive a questo proposito:

"I pitagorici narrano che il primo divulgatore di questa teoria [degli irrazionali] fu vittima di un naufragio; e parimenti si riferivano alla credenza secondo la quale tutto ciò che è irrazionale, completamente inesprimibile e informe, ama rimanere nascosto; e se qualche anima si rivolge ad un tale aspetto della vita, rendendolo accessibile e manifesto, viene trasportata nel mare delle origini, ed ivi flagellata dalle onde senza pace".

È proprio vero che il sapere fa bene?!

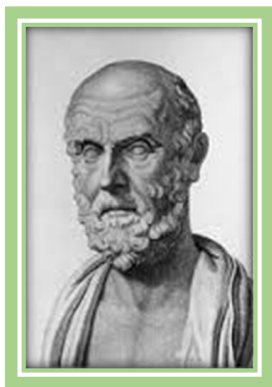
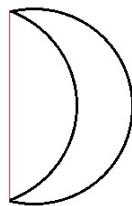
❖ Zenone di Elea 490 – 425 a.C.

Filosofo greco antico della Magna Grecia (Campania, Italia) fu membro della Scuola eleatica fondata da Parmenide. Vi sono poche notizie certe sulla vita di Zenone. Anche se composta quasi un secolo dopo la sua morte, la principale fonte di informazioni biografiche sul filosofo è il dialogo *Parmenide* di Platone. Ma perché ci interessa l'opera di un filosofo che con la matematica aveva poco a che fare? Zenone è noto soprattutto per i suoi paradossi formulati in relazione alla tesi della impossibilità del moto. Tre di essi, in particolare, sono noti come "paradosso dello stadio", "paradosso di Achille e la tartaruga", "paradosso della freccia". In tutti lo scopo è quello di dimostrare che accettare la presenza del movimento nella realtà comportano contraddizioni logiche. Questi paradossi implicano anche il concetto di infinita divisibilità dello spazio ed è questa la ragione per cui hanno ricevuto una notevole attenzione da parte dei matematici.

Il Paradosso di Achille e la tartaruga afferma che se Achille venisse sfidato da una tartaruga nella corsa

e concedesse alla tartaruga un piede di vantaggio, egli non riuscirebbe mai a raggiungerla, dato che Achille dovrebbe prima raggiungere la posizione occupata precedentemente dalla tartaruga che, nel frattempo, sarà avanzata raggiungendo una nuova posizione; quando poi Achille raggiungerà quella posizione nuovamente la tartaruga sarà avanzata precedendolo ancora. Così la distanza tra Achille e la lenta tartaruga pur riducendosi verso l'infinitamente piccolo non arriverà mai ad essere pari a zero. Molto simile a questo è il paradosso dello stadio.

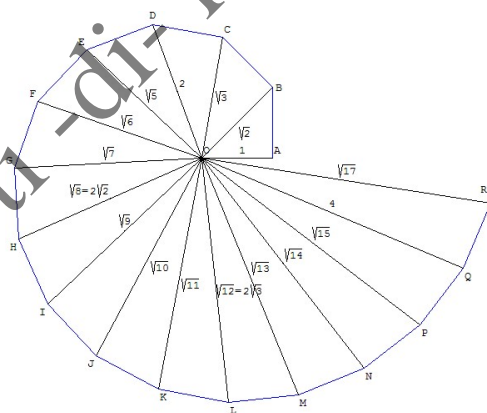
Perciò…chi va piano va sano e va lontano!

Il paradosso della freccia invece afferma che essa appare in movimento ma, in realtà, è immobile. In ogni istante difatti essa occuperà solo uno spazio che è pari a quello della sua lunghezza; e poiché il tempo in cui la freccia si muove è fatto di singoli istanti, essa sarà immobile in ognuno di essi.

Come dirà poi qualcuno…eppur si muove!

❖ Ippocatre di Chio 470 – 410 a.C.

Nato a Chio, isola greca dell’Egeo orientale, fu membro della scuola pitagorica ma ne venne espulso per la condotta riprovevole: la vendita di conoscenze geometriche in cambio di denaro. Infatti la sua fama di uomo di scienza non va di pari passo a quella di uomo d'affari: dedito al commercio, fu vittima di una truffa in cui perse tutto il suo denaro. Per guadagnarsi da vivere si dedicò alla geometria e così arrivò a calcolare l'area delle lunule: un insieme di punti del piano compresi tra due archi di cerchio aventi gli estremi in comune e situati dalla stessa parte rispetto alla retta passante per tali estremi (disegno a lato). Fu il primo ad interessarsi ai due classici problemi della matematica greca: la quadratura del cerchio e la duplicazione del cubo[1].

1 – Vedi Memecmo e Dinostrato.

❖ Teodoro di Cirene 465 - … a.C.

Nato a Cirene è stato matematico greco della scuola pitagorica. Sappiamo dal *Teeteto*, dialogo di Platone, che insegnò matematica allo stesso Platone e a Teetèto. Infatti nel dialogo si ricorda come avesse dimostrato che le radici dei numeri compresi fra $\sqrt{3}$ e $\sqrt{17}$, esclusi ovviamente 9 e 16, fossero incommensurabili, cioè non esprimibili come numero intero o rapporto di interi. Sappiamo anche che ha introdotto un metodo per costruire geometricamente la radice quadrata di un qualsiasi numero esistente, anche se non molto utilizzato per motivi pratici: la cosiddetta *spirale di Teodoro* (foto sotto).

Il procedimento per costruirla è semplice: si costruisce un triangolo rettangolo di cateti 1 e 1, sull'ipotenusa (che è $\sqrt{2}$) si costruisce un altro triangolo rettangolo che ha per cateto maggiore la radice quadrata di due, il cateto minore dovrà misurare sempre 1, e quindi l'ipotenusa misurerà $\sqrt{3}$. Se si continua all'infinito, si potrebbe costruire la radice quadrata di qualsiasi numero esistente, ed è tutt'oggi l'unico metodo conosciuto che permette di costruire geometricamente la radice quadrata di un qualsiasi numero.

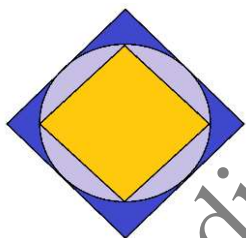
❖ Metone di Atene V secolo a.C.

È stato un astronomo, matematico e geometra greco antico del V secolo a.C. Non è noto con certezza il suo luogo di origine; alcuni antichi scrittori[1] riportano che sia nativo di Leuconoè, poco lontano da Atene. È universalmente conosciuto per aver introdotto nel 432 a.C. il ciclo metonico, un ciclo di diciannove anni basato sull'osservazione che 19 anni solari corrispondono (quasi) esattamente a 235 mesi lunari. Sul ciclo metonico si basano i calendari lunisolari aritmetici, cioè quei calendari, che mantengono il sincronismo sia col corso del sole sia con quello della luna per mezzo di approssimazioni aritmetiche dei moti reali medi dei due astri. Sono "aritmetici", per esempio, il calendario ebraico e quello ecclesiastico, utilizzato dalla chiesa cattolica per il calcolo della Pasqua. È considerato come uno dei primi astronomi greci ad aver eseguito delle misure astronomiche precise scoprendo anche la non uniformità di moto del sole nella fascia dello zodiaco. Nessuna delle sue opere è pervenuta fino ai nostri tempi.

---

1 – Claudio Eliano in *Varia Historia* e Frinico in *Monotropos*

❖ Brisone di Eraclea 450 – 390 a.C.

Nato ad Eraclea Pontica, in Bitinia, sulla costa nord dell'odierna Turchia che si affaccia sul Mar Nero, Brisone fu un matematico greco di cui oggi poco sappiamo. Viene ricordato grazie ad Aristotele, il quale lo criticò nelle sue opere *Confutazione Sofistiche* e *Analytica Posteriora* circa il suo metodo di risoluzione del problema della quadratura del cerchio. Affermava infatti Brisone che era possibile ottenere la quadratura del cerchio tracciando il perimetro di un poligono tra il perimetro di un poligono inscritto ed un poligono circoscritto corrispondente. Secondo il matematico il nuovo poligono ottenuto sarebbe stato, come il cerchio, più grande del poligono inscritto e più piccolo di quello circoscritto, quindi, a suo giudizio, uguale al cerchio. Secondo Aristotele quindi, l'esistenza di un simile poligono non viene dimostrata da Brisone, che non è in grado di costruire la figura di cui pretende offrire dimostrazione d'esistenza.

L’aneddoto però più interessante riguardo Brisone lo pone di nuovo in cattiva luce. Scrive infatti Dante Alighieri nella Divina Commedia:

“E di ciò sono al mondo aperte prove
Parmènide, Melisso, e Brisso, e molti,
li quali andavano e non sapean dove”

Paradiso, XIII, 124-126

In questo passo san Tommaso invita Dante ad avere i piedi di piombo quando giudica su una questione non ovvia, poiché è decisamente stolto l'uomo che si lascia andare a giudizi affrettati su ciò che non conosce: l'opinione corrente lo porta a conclusioni errate, poi l'amore per la sua tesi gli impedisce di riconsiderare la sua idea sbagliata. Chi va a pesca di verità senza esserne capace lascia la riva inutilmente e con proprio danno, il che è dimostrato dall'esempio di filosofi quali Parmenide, Meslisso e Brisone, che procedettero alla cieca e danno prova di come ragionamenti sbagliati possano portare ad un'errata concezione della verità.

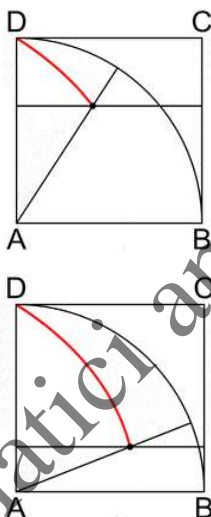
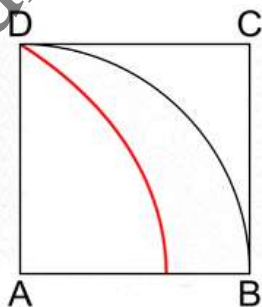
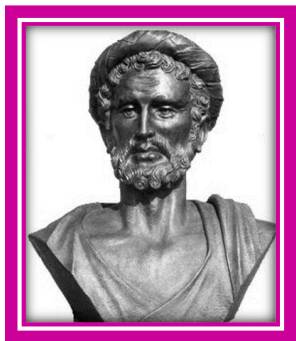
Tirando le somme, non è che la figura di Brisone come grande matematico, quadra.

❖ Ippia di Elide 443 – 399/343 a.C.

Ippia nacque a Elide, nel Peloponneso. Si recò varie volte come ambasciatore ad Atene, e fu insegnante in terre doriche come Sparta e nelle colonie della Sicilia. I suoi interessi comprendevano la matematica, l'astronomia, la retorica, la storia e la mitologia, oltre a una serie di nozioni riguardanti varie arti (pittura, scultura, musica, poesia) e tecniche (sartoria, falegnameria e altre). Purtroppo, non siamo in possesso di nessuno dei suoi numerosi scritti, e le informazioni su di lui sono giunte a noi grazie ai due dialoghi di Platone a lui dedicati, l'Ippia maggiore e l'Ippia minore, oltre ad altre testimonianze. La sua opera più famosa pare fosse *Synagogé* (Miscellanea) di carattere enciclopedico.

Il contributo matematico di Ippia fu di introdurre una curva geometrica, la cosiddetta quadratrice (o trisettrice) di Ippia, la più antica documentata. Questa curva verrà utilizzata in seguito da Dinostrato per "risolvere" il problema della quadratura del cerchio.

Ippia costruì la curva in questo modo:

prese un quadrato ABCD e traslò il lato DC, con velocità costante, fino a sovrapporlo al lato AB; prese inoltre il lato AD e lo fece ruotare intorno al vertice A, con velocità angolare costante, fino a sovrapporlo al lato AB.

La quadratrice è il luogo geometrico delle intersezioni di tali due lati durante il loro movimento, ossia la curva in rosso.

❖ Archita di Taranto 428 – 360 a.C.

Archita è stato un filosofo, matematico e politico greco antico. Nacque a Taranto, città della quale fu "stratego massimo" nella prima metà del IV secolo a.C. Si interessò di matematica, fisica, musica ed astronomia. Viene considerato l'inventore della meccanica razionale[1] e il fondatore della meccanica[2] ma il suo più importante risultato è una soluzione tridimensionale del problema della duplicazione del cubo. La costruzione geometrica utilizzata da Archita per risolvere questo problema è uno dei primi esempi dell'introduzione del movimento in geometria: in esso si considera una curva, conosciuta come curva di Archita, generata da l'intersezione della superficie di un cilindro e di un

---

1 - La branca della fisica matematica che studia il moto dei sistemi meccanici con un numero finito di gradi di libertà.

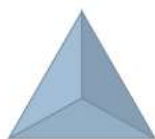
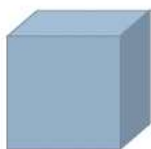
2 – In fisica con il termine meccanica si indica una qualsiasi teoria che si occupi del movimento dei corpi. Si suddivide in base alle caratteristiche della materia: classica, statistica, quantistica e relativistica.

semicerchio in rotazione rispetto a uno dei suoi estremi. Inoltre a lui si deve lo studio delle proporzioni e delle progressioni; egli fu il primo a distinguere la progressione aritmetica, ossia quelle successioni di numeri tali che la differenza tra ciascun termine della successione e il suo precedente sia una costante, da quella geometrica , cioè quelle successioni di numeri tali che il rapporto tra un elemento ed il suo precedente rimane costante. In entrambi i casi tale costante è detta ragione. Un esempio di successione aritmetica è la sequenza dei numeri dispari 1,3,5,7,9,11,…di ragione due, mentre una successione geometrica può essere 1,2,4,8,16,32,…dove ognuno degli elementi è il doppio di quello che lo precede, quindi di ragione anche in questo caso pari a due.

Particolare è quanto riporta Eudemo da Rodi circa l'infinità dell'universo secondo Archita, in un commento alla *Fisica* di Aristotele:

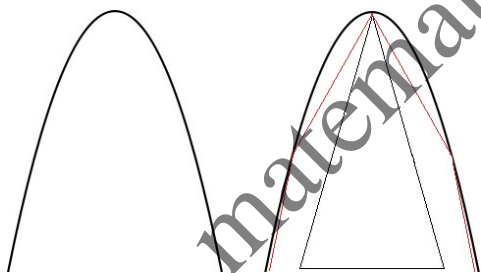
"Se mi trovassi all'ultimo cielo, cioè a quello delle stelle fisse, potrei stendere la mano o la bacchetta al di là di quello, o no? Ch'io non possa, è assurdo; ma se la stendo, allora esisterà un di fuori, sia corpo sia spazio (non fa differenza, come vedremo). Sempre dunque si procederà allo stesso modo verso il termine di volta in volta raggiunto, ripetendo la stessa domanda; e se sempre vi sarà altro a cui possa tendersi la bacchetta, è chiaro che anche sarà interminato."

❖ Teetèto 415 – 369 a.C.

Nato ad Atene, è stato matematico e filosofo greco antico. Fu discepolo del matematico Teodoro e scolaro di Platone, a lui è attribuita la dimostrazione e la costruzione dei cinque poliedri regolari (foto sotto) e della scoperta di due di essi: l'ottaedro e l'icosaedro. Egli contribuì anche alla teoria delle grandezze irrazionali. Celebre è il dialogo che Platone gli dedicò, il *Teeteto* appunto.

❖ Eudosso di Cnido 408 – 355 a.C.

Uno dei più grandi matematici greci classici fu Eudosso. Eratostene lo diceva "*simile a un dio*". Nato a Cnido, in Asia Minore, di fronte la costa sud-occidentale dell'attuale Turchia, diede due principali contributi alla scienza matematica: la sua teoria delle proporzioni e il cosiddetto metodo di esaustione. La prima teoria permise di superare, in modo logicamente rigoroso, la difficoltà creata dalla scoperta[1] delle grandezze incommensurabili. Difficoltà che si manifestava particolarmente nei teoremi sui triangoli simili, inizialmente dimostrati in base all'assunto che due grandezze qualsiasi fossero sempre commensurabili.

1 - Questa scoperta aveva demolito le dimostrazioni di alcuni dei più importanti teoremi geometrici. Ebbe così inizio quello che talvolta viene chiamato lo *scandalo logico* della geometria greca: i matematici continuavano ad essere convinti di quei teoremi senza dimostrazioni valide.

Il secondo importante contributo di Eudosso, il metodo di esaustione, trovò subito applicazione nel calcolo di aree e volumi delle più complesse figure geometriche. La strategia generale di questo metodo consisteva nell'avvicinarsi a una figura irregolare con una successione di figure elementari note, ognuna delle quali forniva un'approssimazione migliore della precedente. Questo è precisamente il metodo con il quale Archimede riuscì a determinare l'area del cerchio.

Scrisse diversi testi astronomici: *Eclissi di Sole*, *Ottateride*, *Phaenomena* , *Entropon*, *In Movimento* e uno di geografia, *La torre della terra*. A Cnido costruì un osservatorio astronomico e da lui vennero identificate varie costellazioni. Qualcuno gli attribuisce una delle prime misurazioni del meridiano terrestre.

❖ Menecmo 380 – 320 a.C.

Nacque probabilmente ad Apeconesso, località della Tracia che oggi fa parte della Turchia, ed è noto per la sua scoperta delle sezioni coniche[1] e per aver data una soluzione a quello che allora era un antico dilemma per i sapienti dell'epoca, quello della duplicazione del cubo: la costruzione di un cubo avente volume doppio rispetto a quello di un cubo dato.

Da uno scritto di Eratostene, si comprende come tale quesito avesse creato grossi problemi fin dai tempi più antichi, interessando molti matematici come abbiamo già visto. Dice Eratostene:

"Quando Dio annunziò agli abitanti di Delo (piccola isola del Mar Egeo) che se volevano liberarsi dalla peste, dovevano costruire un altare che fosse doppio di quello esistente, e sempre di forma cubica, questi caddero in grande perplessità…"

1 – Vedi Apollonio di Perga

Raddoppiando tutti i lati, il cubo non raddoppia ma diventa molto più grande: diventa 8 volte maggiore. E allora? come fare? Qual'è la lunghezza del lato di un cubo doppio di uno dato? Come liberarsi dalla peste? Abbandonando il vincolo posto da alcuni di utilizzare solo riga e compasso, il problema della duplicazione del cubo diventa risolubile e diverse sono le costruzioni possibili. Quella che diede Menecmo si ottiene come intersezione di due parabole di equazioni:

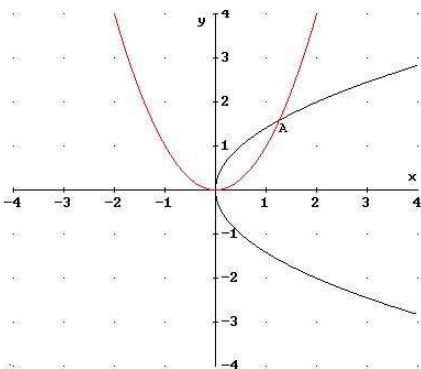
$$y^2 = 2ax \qquad \text{e} \qquad x^2 = ay$$

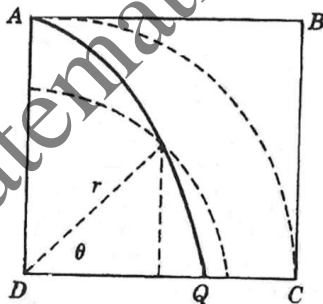
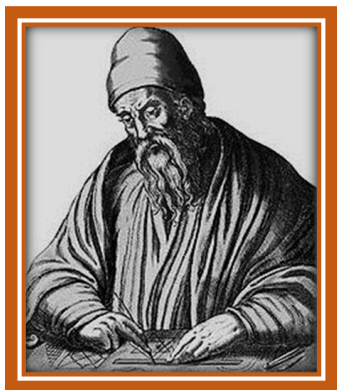
Intersecandole si ottiene

$$x^4 = a^2y^2 = 2a^3x$$

E la soluzione, esclusa x=0 risulta

$$x^3 = 2a^3 \qquad \text{cioè} \qquad x = a\sqrt[3]{2}$$

Intersecando le due parabole si ottiene un punto A la cui ascissa è il lato del cubo di volume doppio cercato.

❖ Dinostrato 390 – 320 d.C.

Dopo averlo chiamato in causa con Ippia, ecco Dinostrato, fratello di Menecmo. È noto, come abbiamo detto, per aver "risolto" il problema della quadratura del cerchio: costruire un quadrato che abbia la stessa area di un cerchio, con uso di riga e compasso. Egli osservò una proprietà del punto terminale della trisettrice di Ippia: se l'equazione della curva è $\pi r \sin\theta = 2a\theta$, dove a è il lato del quadrato ABCD associato con la curva, il valore limite di r quando θ tende a zero è $\frac{2a}{\pi}$. Per mezzo di una semplice costruzione geometrica, tracciò facilmente un segmento b uguale in lunghezza all'arco AC. Costruì poi un rettangolo di lati $2b$ per a la cui area è proprio uguale a quella del cerchio. Passare da rettangolo a quadrato è facile prendendo come lato del quadrato la media geometrica dei lati del rettangolo.

❖ Euclide di Alessandria 325 – 265 a.C.

Il personaggio che ora incontreremo non credo abbia bisogno di presentazioni. È stato sicuramente il matematico più importante della storia antica e uno dei più influenti di ogni epoca. È nato ad Alessandria d'Egitto, dove vi insegnò, durante il regno di Tolomeo I e purtroppo poco sappiamo sulla sua vita[1]. Euclide è noto soprattutto per la sua opera, gli *Elementi*, la più importante raccolta matematica dell'antichità. Viene ricordata come un trattato di geometria ma in verità i tredici libri che lo compongono studiano anche aspetti dell'aritmetica e della teoria dei numeri. L'opera racchiusa è detta assiomatica: ogni proprietà viene dimostrata usando proprietà dimostrate in precedenza. Alla base di tutto il ragionamento ci sono cose evidenti, chiamati assiomi, non dimostrabili[2].

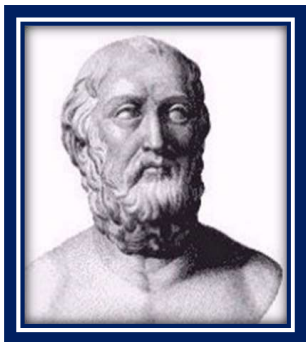
---

1 – Menzionato in un'opera di Pappo e Proclo. Quest'ultimo lo descrive come uno dei più giovani discepoli di Platone.
2 – In greco assioma si traduce *"verità evidente e necessaria, degno di fede"*.

Solo nei 13 libri degli *Elementi*, Euclide enuncia e dimostra ben 465 proposizioni o teoremi, senza contare i lemmi e i corollari. A questi vanno aggiunte le proposizioni contenute in altre opere, come quello dei *Dati*, legato agli *Elementi* e i *Porismi*, raccolta di corollari giunta a noi grazie a Pappo. Altre opere sono andate perdute come *Luoghi superficiali* e le *Coniche*, mentre altre trattavano addirittura la musica come *Sezione del canone* e *Introduzione armonica*.

Euclide ebbe la fama di scienziato puro, tutto preso dalle ricerche teoriche e dal culto del rigore; due aneddoti testimoniano il suo modo di vivere. Al re Tolomeo che gli chiedeva se non ci fosse un metodo più semplice e più rapido di quello fondato sullo studio degli Elementi, Euclide avrebbe risposto che non esistono "vie regie". Un'altra volta un suo allievo gli avrebbe chiesto quali vantaggi fossero ricavabili dallo studio della geometria; pare che Euclide abbia ordinato ad un suo servo di dare a quel giovane una moneta e di scacciarlo, in quanto con la sua domanda si era dimostrato non solo venale ma anche incapace di comprendere il vero significato e l'inestimabile valore della scienza.

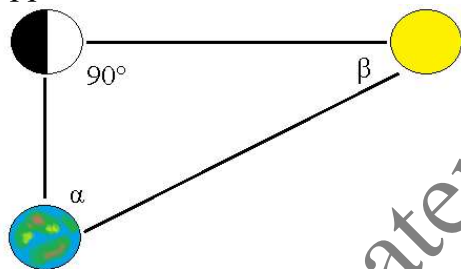
Peccato per le “vie regie”…

❖ Aristarco di Samo 310 – 230 a.C.

Ritorniamo sull'isola di Samo, perché qui incontriamo un altro luminare del mondo antico. Viene citato da Archimede e da Plutarco per aver per primo introdotto una teoria eliocentrica[1] ma tuttavia i suoi successori non accettarono le sue ipotesi e questo non contribuì certo alla sua popolarità. L'unica sua opera pervenuta è il breve trattato *Sulle dimensioni e distanze del Sole e della Luna*, nel quale stima la grandezza del Sole e della Luna e calcola le relative distanze dalla Terra: oggi noi sappiamo che la distanza tra il nostro pianeta e la nostra stella è di 149.597.700 [2] km, calcolato con precisione usando la moderna tecnologia.

---

1 – Teoria dove si ipotizzano le stelle fisse ed il Sole immobili, e quest'ultimo al centro del sistema solare, contrapposta a quella geocentrica che ne pone la Terra. Fu comunemente accettata dopo gli studi di Copernico, Galilei e Keplero.

2 – Distanza media Terra-Sole. Varia infatti da un minimo di 147 mln di km (perielio) a un massimo di 152 mln di km (afelio) essendo l'orbita della Terra intorno alla sua stella un ellisse.

L'idea che ebbe Aristarco fu frutto della semplice osservazione del cielo e dell'applicazione di semplici concetti trigonometrici[3]. Una sera osservò la luna al primo quarto, cioè quando è metà illuminata (in quadratura) e pensò che per ottenere quella situazione il Sole, la Terra e la Luna dovevano essere i vertici di un triangolo rettangolo dove sull'angolo retto c'è appunto il satellite. Secondo la misura di Aristarco l'angolo β risultò essere "meno di un quadrante di un trentesimo di quadrante", in altre parole tre gradi meno di novanta gradi, cioè 87° (in realtà è circa 89° 51') e quindi l'angolo β risultava di 3°. Egli stimò quindi che la distanza Terra-Sole era "da 18 a 20 volte la distanza Terra-Luna" (in realtà il rapporto medio è circa 400) mentre quest'ultima venne calcolata osservando le eclissi di Luna, in particolare i tempi di entrata ed uscita del satellite dalla zona d'ombra prodotta dalla Terra e sull'ipotesi che l'ombra

3 – La trigonometria è un ramo della matematica che studia le proprietà dei triangoli partendo dagli angoli.

proiettata dal globo terrestre fosse simile ad un cilindro di diametro uguale a quello della Terra. In questo modo Aristarco poté fare questa proporzione: la durata dell'eclisse sta al periodo di rivoluzione della Luna (circa 27 giorni, valore ben noto fin dall'antichità) come il diametro del cono d'ombra sta alla lunghezza dell'intera orbita della Luna. Determinata la durata delle eclissi in circa 3 ore ed esprimendo l'orbita della Luna come una circonferenza, Aristarco ricavò che la distanza della Luna era pari a circa 30 volte il diametro del cono d'ombra, e quindi a circa 60 volte il raggio della Terra.

Questi risultati non sono corretti per un errore di misurazione iniziale dell'angolo che ha poi compromesso il resto del lavoro, ma l'intuizione di Aristarco resta comunque perfetta.

Se pensiamo ai corpi celesti come bocce, possiamo dire che c'è andato…abbastanza vicino!

❖ Archimede di Siracusa 287– 212 a.C.

Ora parleremo di un vero e proprio “pezzo da novanta”: Archimede. Basterebbe ricordare che il suo volto è ritratto su un lato della celebre medaglia Fields[1] per capire che si sta parlando di una vera e propria autorità nella matematica. Troviamo suoi contributi in molti campi: dalla geometria all’idrostatica, dall’ ottica alla meccanica, senza dimenticare l’ingegneria. Famose sono le sue invenzioni meccaniche: la vite, l’orologio ad acqua, la Siracusia, una nave da guerra gigantesca e vari congegni bellici come la “manus ferrea”, artiglio che ribaltava le navi nemiche e gli specchi ustori i quali, si narra, incendiassero i nemici concentrando i raggi del sole. Una delle sue realizzazioni più ammirate nell'antichità fu il “planetario” che, come riporta Cicerone, riproduceva su una sfera la volta del cielo.

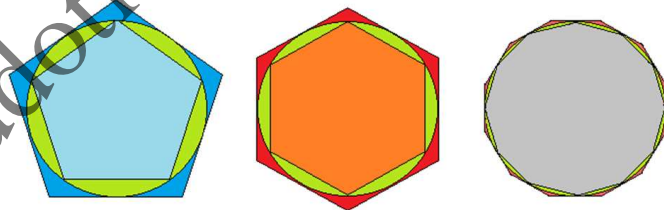
1 – Considerato il più alto riconoscimento che un matematico possa ricevere, la medaglia Fields (International Medal for Outstanding Discoveries in Mathematics) è anche considerato il “Premio Nobel della matematica”.

Tra le opere scritte abbiamo *La misura del cerchio*, *Quadratura della parabola* e *Sulle spirali*, nel quale studiò le proprietà delle varie figure piane. In *Della sfera e del cilindro* e *Sui conoidi e sferoidi* si focalizzò sui solidi: ellissoidi, iperboloidi, paraboloidi, sfera e cilindro. *Sui corpi galleggianti* è una delle principali opere di Archimede e con essa viene fondata la scienza dell'idrostatica mentre *Sull'equilibrio dei piani ovvero: sui centri di gravità dei piani* è il primo trattato di statica a noi pervenuto. Tra le opere andate perdute invece ricordiamo lo *Stomachion*, un puzzle greco simile al tangram; il *Problema dei buoi*, nel quale Archimede sfida i matematici alessandrini a calcolare il numero di buoi e vacche degli Armenti del Sole risolvendo un sistema di otto equazioni lineari con due condizioni quadratiche, e *Catottica* dove studiò la riflessione della luce. Celebre è l'*Arenario*, indirizzato al re Gerone II nel quale si propone di determinare il numero di granelli di sabbia che potrebbero riempire la sfera delle stelle fisse.

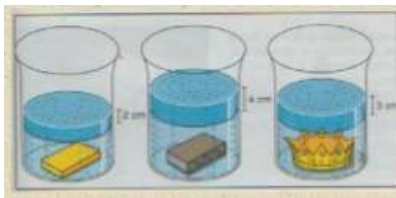
"Alcuni pensano, o re Gelone, che il numero dei granelli di sabbia sia infinito in quantità: non intendo soltanto la sabbia che si trova nei dintorni di Siracusa e del resto della Sicilia, ma anche quella che si trova in ogni altra regione, abitata o deserta. Altri ritengono che questo numero non sia infinito, ma che non possa esistere un numero esprimibile e che superi questa quantità di sabbia"

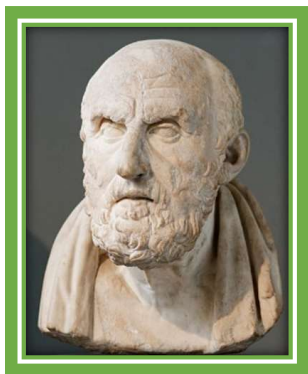
Incipit de l'Arenario

Ancora più impressionante è la sua figura se si pensa che si stanno ancora studiando sue opere rinvenute recentemente, come il *Palinsesto*.

Affascinante è come Archimede diede prova della sua abilità di calcolo confrontandosi col famosissimo π. Oggi noi conosciamo molte cifre[3] di questa costante irrazionale ma ne utilizziamo spesso solamente le più note: tre e quattordici. Nell'opera *La misura del cerchio* Archimede, con il metodo esaustivo di Eudosso, riesce ad approssimare sempre più il rapporto tra la circonferenza ed il diametro del cerchio, π appunto. Il diametro è ben noto, infatti è il doppio del raggio, ma la circonferenza no. Come primo passo costruì l'esagono inscritto nella circonferenza e quello circoscritto e dedusse la circonferenza la quale sarà compresa tra i perimetri dei due poligoni. Come secondo passo raddoppiò i lati del poligono ottenendo un intervallo più piccolo, quindi più preciso di C.

3 – Il 2 agosto 2010 Shigeru Kondo calcolò le prime 5 000 miliardi di cifre del π impiegando 90 giorni di calcolo utilizzando un computer domestico modificato.

Continuando a raddoppiare il numero (96) dei lati restrinse sempre più l’intervallo avvicinandosi al valore di π, stimando un intervallo compreso tra 3,1408 e 3,1429.

Un altro aneddoto di Archimede è legato al suo celebre principio del galleggiamento, il quale si narra fosse stato scoperto mentre si faceva un bagno. Questa scoperta lo aiutò a risolvere un problema che gli aveva posto Gerone, tiranno di Siracusa: voleva sapere se la sua corona fosse interamente fatta di oro o anche in parte d’argento. Egli prese due corpi dello stesso peso della corona, uno interamente d’oro e l’altro interamente d’argento. Immerse singolarmente i due corpi in un contenitore pieno d’acqua e calcolò quanto liquido ogni corpo faceva traboccare dal recipiente. Osservò che l’acqua traboccata dopo l’immersione dell’oggetto d’argento era maggiore rispetto a quella dell’oggetto d’oro. Ripeté lo stesso esperimento anche con la corona che fece traboccare più acqua rispetto al pezzo d’oro e meno rispetto a quello d’argento. La corona di Gerone quindi conteneva sia oro, sia argento.

Chissà se il tiranno chiese il rimborso?

❖ Crisippo di Soli 280 – 204 a.C.

Crisippo nacque a Soli, un'antica città portuale della Cilicia, nel sud della Turchia e fu un antico e filosofo e matematico. Scrisse oltre 700 opere, tutte andate perse: alcuni frammenti sono conservati in opere di autori come Cicerone, Seneca, Galeno, Plutarco e altri. Condusse un'analisi piuttosto dettagliata dei procedimenti dimostrativi usati dai matematici e pose l'accento sull'importanza delle proposizioni cioè su quegli enunciati che possono essere sia veri che falsi. Egli giunse a definire quattro regole di inferenza: *modus ponens*, *modus tollens*, *sillogismo ipotetico* e *sillogismo disgiuntivo*, basate sull'uso di diversi connettivi logici quali «e», «poiché», «se...allora», «oppure». La prima regola, che letteralmente significa "*modo che pone con l'aver posto*" afferma che "se p implica q è una proposizione vera, e anche la premessa p è vera, allora la conseguenza q è vera". Un esempio: se piove, allora la strada è bagnata. Piove. Quindi la strada è bagnata.

La seconda regola, che significa “*il modo che toglie la verità di una proposizione togliendo quella di un'altra*” afferma che “q (se vero) può essere implicato da un termine diverso da p, mentre q (se vero) è necessario per p vero”. Un esempio: se è giorno, c’è la luce. Non c’è la luce. Allora non è giorno. La terza è chiamata anche *l’argomento della catena* o *principio della transitività della implicazione.* Un esempio è: se non mangio, non ho energie. Se non ho energie, non lavoro. Pertanto se non mangio non lavoro. L’ultima regola infine dice che se si danno due ipotesi disgiunte P o Q, e si nega una delle due ipotesi, per la regola della disgiunzione si potrà inferire Q. Per esempio: oggi vado al mare o al lago. Ma non vado al lago. Perciò vado al mare.

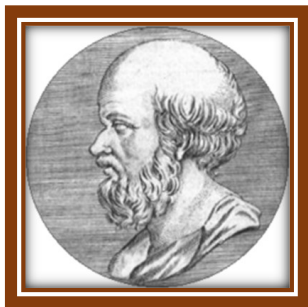
Curioso è ciò che si racconta riguardo la sua morte, pur se senza riferimenti scritti: si racconta che avesse dato del vino al suo asino, e poi fosse letteralmente morto dal ridere mentre guardava quest'ultimo cercare di mangiare dei fichi.

E poi dicono che ridere fa bene.

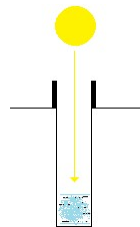
❖ Conone di Samo 280 – 220 a.C.

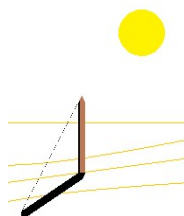
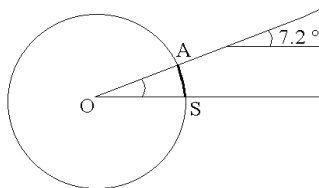
Fu matematico e astronomo greco. Compì numerosi viaggi di studio nella parte occidentale del mondo greco per effettuare osservazioni astronomiche e meteorologiche, stabilendosi in seguito ad Alessandria. Fu amico personale di Archimede il quale ne lodò l'opera matematica, rimpiangendo la prematura scomparsa che avrebbe impedito a Conone di completare il suo lavoro con la dimostrazione dei teoremi sulla spirale, in seguito dimostrati dallo stesso Archimede. Inoltre grazie ad Apollonio di Perga, che lo considerava un precursore della propria opera, sappiamo che si occupò delle intersezioni e della tangenza tra le coniche nello scritto *Contro Trasideo* e lo stesso Apollonio di Perga lo rimproverava di non aver adoperato al meglio nelle sue opere il metodo dimostrativo. Egli fu famoso nell'antichità anche per i suoi studi sulle eclissi solari. La sua fama è maggiormente legata alla costellazione *Chioma di Berenice.* La regina Berenice II, moglie di Tolomeo III Evergete aveva offerto in voto, alla partenza dello sposo per la guerra contro la Siria nel 246 a.C., un ricciolo della propria chioma, che però scomparve dal tempio della dea Arsinoe Zefirita, alla quale era stato offerto.

Conone asserì, nel 245 a.C., di aver ritrovato il ricciolo in cielo, assimilando ad esso un gruppo di stelle situate tra la costellazione della Vergine, del Leone e di Boote; conseguentemente, Conone impose alla costellazione il nome in latino *Coma Berenice,* sotto in una illustrazione di Johann Hevelius, invertita rispetto l'osservazione visuale e una foto delle stelle.

❖ Eratostene di Cirene 276 – 194 a.C.

Nato a Cirene, colonia greca sulle coste della Libia, Eratostene fu un versatile intellettuale dei suoi tempi. Scrisse diverse opere giunte a noi grazie alle testimonianze di autori come Cleomede, Strabone, Ateneo e altri. Riordinò la storia greca in base alle olimpiadi, di cui si avevano molti riferimenti in letteratura, fu molto interessato alla mitologia e a riguardo scrisse[1] i *Catasterismi*, un saggio in cui sono descritte 42 costellazioni con i miti che le riguardano. Scrisse una storia della filosofia e della letteratura e coniò il termine "filologo" come amante della cultura. Fu lui ad introdurre il termine geografia (Γεωγραφία) con il significato di "descrizione della Terra" e compilò diverse mappe inclusa quella del mondo (allora) conosciuto, l'"ecumene". Tra i risultati matematici suo è il celebre crivello, un procedimento per individuare i numeri primi ancora utilizzato oggi come algoritmo da molti computer, e l'invenzione del

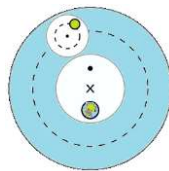
1 - Nel 1956 lo studioso Jean Martin accertò l'attribuzione ad Eratostene dell'opera, a lungo attribuita ad un anonimo.

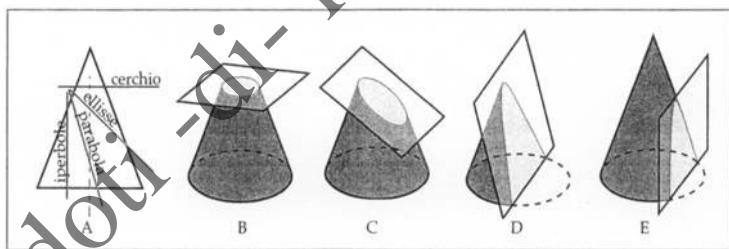
mesolabio, uno strumento meccanico con il quale si possono calcolare due medi proporzionali da inserire tra due segmenti assegnati o, equivalentemente, estrarre una radice cubica. In campo astronomico misurò l'inclinazione dell'eclittica (la traiettoria descritta apparentemente dal Sole sulla sfera celeste nel suo corso annuale) e compilò un catalogo di 675 stelle, andato perduto. Inoltre a lui si attribuisce il primato di aver misurato per primo le dimensioni della Terra, con ottima approssimazione: era ormai comune l'idea della sfericità della Terra[2], nacque allora il problema di misurarne la circonferenza. Egli partì da due osservazioni ben precise. Sapeva che un pozzo molto profondo nella città di Siene (l'attuale Assuan), il giorno del solstizio d'estate, a mezzogiorno, veniva illuminato sino in fondo, ciò si verifica in quanto quella città si trova sul Tropico del Cancro, il punto della superficie terrestre

2 - Il riconoscimento della sfericità della Terra è attribuito a Pitagora e ai suoi discepoli, ma le prime citazioni a sostegno della rotondità della Terra si trovano nel "De Coelo" di Aristotele (384-322 a.C.) mediante l'osservazione delle eclissi di Luna di cui si vede l'ombra circolare della Terra proiettata sulla superficie lunare, quella di una nave che si avvicina e di cui compaiono sull'orizzonte prima la sommità degli alberi e poi, gradualmente, le parti inferiori della nave, ecc.

in cui il Sole , il giorno del solstizio estivo, raggiunge lo zenit, cioè la verticale dell'osservatore. Ad Alessandria d'Egitto invece, nello stesso giorno, l'ombra di un obelisco proiettata a terra mostrava una inclinazione dei raggi del Sole rispetto alla verticale pari a 7,2 °. Poiché Alessandria e Assuan si trovano sullo stesso meridiano, sarebbe stato sufficiente trovare la distanza fra le due città per poter poi calcolare il diametro della circonferenza terrestre. Sapendo che AS (foto in basso) misurava 5000 stadi, fu facile per Eratostene calcolare la lunghezza della circonferenza terrestre: 360÷7,2=50, volte che l'angolo AOS è contenuto nella circonferenza; 5.000*50=250.000 circonferenza terrestre in stadi (40.000.000 metri).

❖ Apollonio di Perga 262 – 190 a.C.

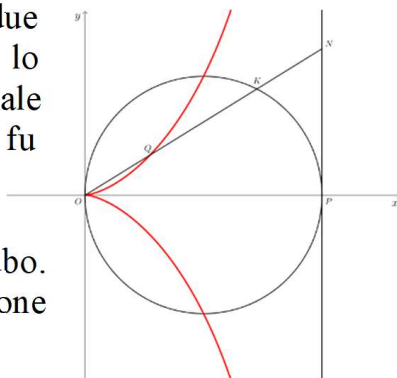
Matematico e astronomo greco, Apollonio nacque a Perga, sulla costa sud-occidentale dell'attuale Turchia. Sappiamo che formò la sua educazione scientifica ad Alessandria. Per un certo periodo visse anche a Pergamo, dove v'era una Accademia e una biblioteca, secondo per importanza solo a quella di Alessandria. Quasi tutte le sue opere sono andate perdute tranne i titoli: *Tangenze*, *Inclinazioni*, *Luoghi piani*, *Sezione determinata, Separazione di un'area* e *Separazione di un rapporto*[2]. Si sa però che scrisse a proposito dell'elica cilindrica, del confronto tra dodecaedro e icosaedro e dei limiti di pi greco. Gli vengono attribuiti le ipotesi delle orbite eccentriche[1] con le quali spiegare il moto apparente dei pianeti, la velocità variabile della Luna e la variazione di luminosità degli astri.

---

1 – Nota anche come teoria degli epicicli. Con epiciclo si indica una circonferenza il cui centro è collocato sulla circonferenza di un cerchio di raggio maggiore, detto deferente

2 – Di quest'opera solo due libri sono giunti.

Ma l’opera che reso noto Apollonio come "il Grande Geometra" è intitolata le *Coniche*. Di questo trattato in otto libri, solo i primi quattro sono pervenuti nel testo originale greco; i tre successivi invece sono giunti a noi tramite una traduzione araba mentre l’ultimo è andato perduto[3]. È considerata la più complessa e difficile opera unica di tutta la matematica greca. Il trattato è dedicato all’ellisse, alla parabola e all’iperbole, le curve ancora oggi dette sezioni coniche, poiché tutte e tre ottenibili per via geometrica dall’intersezione di un piano con un cono. Queste curve non vengono scoperte da Apollonio, ma erano state introdotte quasi un secolo e mezzo prima[4], egli però dà un contributo determinante alla generalizzazione di alcune proprietà di queste curve.

3 – Alhazen (965 – 1039 d.C.) ha ricostruito per via deduttiva l’ultimo libro.
4 – Vedi Menecmo (380 – 320 a.C.).

❖ Diocle di Caristo 240 – 180 a.C.

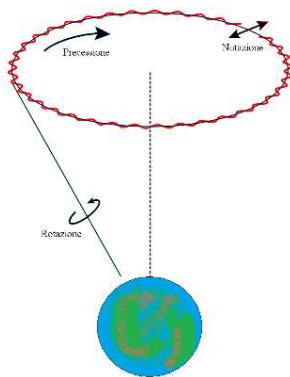
Nato a Caristo, nell'isola greca Eubea, è stato un matematico e geometra greco antico. Scrisse un trattato "*Sugli specchi untori*" in cui discuteva probabilmente gli specchi concavi a profilo sferico ed ellissoidale, almeno relativamente all'ellissoide ottenuto dalla rotazione dell'ellisse intorno al suo asse maggiore. Il caso paraboidale è considerato nella parte del trattato pervenutaci in arabo e la trattazione si basa sulla proprietà focale della parabola. A lui si deve l'introduzione di una nuova curva, oggi nota come *cissoide di Diocle*: una curva piana dotata di una cuspide, ossia un punto che ha limite destro e sinistro del rapporto incrementale che diverge: in questo punto essa presenta una sola tangente, che viene chiamata anche asse della cissoide, in quanto la curva risulta simmetrica rispetto a tale retta. Dalla cuspide si dipartono due rami simmetrici, con lo stesso asintoto ortogonale all'asse x. Questa curva fu utilizzata da Diocle per risolvere il problema della duplicazione del cubo. Nella foto la costruzione geometrica.

❖ Ipsicle 190 – 120 a.C.

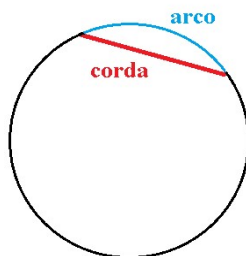
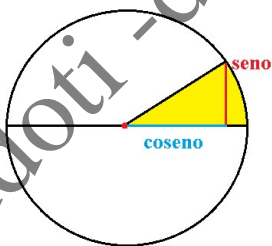
Ipsicle è stato un matematico e astronomo greco antico, fiorì probabilmente in Alessandria. Sebbene si sappia poco sulla sua vita si ritiene che sia l'autore delle *Ascensioni*, in cui dimostra alcune proposizioni riguardo alle progressioni aritmetiche ed utilizza i risultati ottenuti per calcolare valori approssimati per il tempo necessario ai segni zodiacali per elevarsi sopra l'orizzonte. Si pensa che sia in quest'opera che è stata adottata la divisione del cerchio in 360 gradi poiché divide il giorno in 360 parti, soluzione forse suggerita dall'astronomia babilonese.

Ipsicle è noto per lo più per essere il possibile autore dell'apocrifo Libro XIV degli *Elementi* di Euclide, che potrebbe essere stato scritto sulla base di un trattato di Apollonio di Perga. Il libro continua l'analisi di Euclide dei solidi regolari inscritti in sfere, giungendo al risultato secondo cui il rapporto delle superfici del dodecaedro e dell'icosaedro inscritti nella stessa sfera è il medesimo del rapporto dei loro volume, essendo tale rapporto $\sqrt{\frac{10}{3(5-\sqrt{5})}}$.

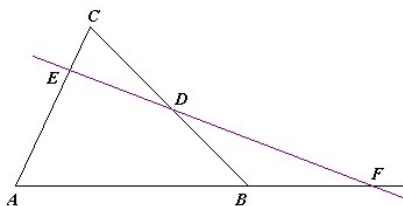
❖ Ipparco di Nicea 190 – 120 a.C.

Noto anche come Ipparco di Rodi, l'isola dove morì, è stato un astronomo, astrologo e geografo greco, passato alla storia maggiormente per la scoperta della precessione degli equinozi[1]. Poche notizie sulla vita e le opere di Ipparco sono note e la maggior parte di esse provengono da Tolomeo, Pappo, Teone e Strabone. Sviluppò inoltre modelli per spiegare il moto del Sole e della Luna, effettuando numerose osservazioni celesti, ed un affidabile metodo per la previsione delle eclissi solari e lunari. Scrisse anche un trattato sulla gravità, *Sui corpi spinti in basso dal proprio peso*, come riporta Simplicio.

---

1 - La precessione degli equinozi è lo spostamento dell'asse attorno al quale la Terra compie la rotazione giornaliera.

Il suo operato include anche la compilazione di un celebre catalogo stellare e, probabilmente, l'invenzione dell'astrolabio[2]. Al fine di perfezionare i suoi calcoli astronomici, gettò le basi di quel ramo della matematica che più tardi si chiamerà trigonometria, delineando la moderna funzione del seno e stilando la tavola trigonometrica. Tuttavia non definì direttamente le funzioni oggi utilizzate (seno, coseno, tangente ecc.), che saranno introdotte molti secoli dopo dai matematici indiani e arabi. Infatti, in questa sua forma primordiale, essa si basava esclusivamente sul calcolo delle corde: in una circonferenza di raggio noto è infatti possibile stabilire una corrispondenza tra un dato angolo (compreso tra 0° e 180°) e la lunghezza della corda ad esso sottesa. È facile perciò dimostrare l'esistenza di una relazione tra la corda e la funzione seno.

2 - Antico strumento astronomico con il quale è possibile localizzare o calcolare la posizione di corpi celesti. Fu utilizzato come strumento di navigazione per secoli.

❖ Menelao di Alessandria 70 – 140 d.C.

Non sappiamo quasi nulla della vita di Menelao. Il dialogo di Plutarco *De facie quae in orbe lunae appare*, ambientato a Roma, ha per oggetto una conversazione alla quale partecipa il matematico Menelao. Ciò ha fatto pensare che lo scienziato possa aver trascorso parte della sua vita a Roma. L'unica opera di Menelao che conosciamo, gli *Sphaerica*, è un trattato in tre libri di geometria e trigonometria sferica. Il primo libro introduce il concetto di triangolo sferico e sviluppa la geometria della superficie sferica in analogia a quanto fa Euclide negli Elementi per la geometria piana. Il secondo libro contiene applicazioni all'astronomia. Nel terzo libro si espone la trigonometria sferica ed appare, in particolare, il teorema di Menelao: dati un triangolo di vertici A, B, C e tre punti D, E ed F che giacciono rispettivamente sulle rette BC, AC e AB, D, E ed F sono allineati se e solo se $\frac{AF}{FB} \times \frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} = -1$

❖ Claudio Tolomeo 100 – 175 d.C.

Nato a Pelusio, nella parte più orientale del delta del fiume Nilo, fu astrologo, astronomo e geografo di cultura ellenistica. Circa la sua vita si hanno notizie molto incerte ma dalle sue osservazioni astronomiche si deduce che visse ad Alessandria dal 127 al 151 e che era ancora vivo durante l'impero di Marco Aurelio (161-180 d.C.). La sua opera più celebre è sicuramente *Trattato Matematico*, una delle opere scientifiche più influenti dell'antichità. Per la sua importanza, veniva chiamata da altri autori *"megiste"*, cioè maggiore; da qui il nome di *Almagesto*, il più grande. Opera astronomica e matematica composta di tredici libri, l'*Almagesto* consolida l'usanza di suddividere la circonferenza in 360 parti dando così vita al sistema sessagesimale composto da gradi, primi e secondi che si utilizza ancora oggi. Una delle parti più importanti del trattato è sicuramente la tavola delle corde di una circonferenza. Inoltre, essendo il discorso delle corde molto legato a quello dei poligoni regolari, l'autore

scoprì una nuova approssimazione di π utilizzando un poligono di 720 lati. Nonostante gli importanti risultati di tipo trigonometrico, l'*Almagesto* è principalmente un trattato di tipo astronomico all'interno del quale è esposta la celebre teoria geocentrica[1].

Il sistema tolemaico da *Harmonia macroscopica* di Andreas Cellarius, 1661

L'opera contiene anche un catalogo di stelle, probabilmente un aggiornamento di un analogo catalogo compilato da Ipparco. Tolomeo scrisse diverse altre opere di astronomia: la *Iscrizione Canobica* e le *Tavole manuali* sono collegate alla sua opera principale, mentre le *Ipotesi Planetarie* descrivono un modello meccanico del sistema planetario, costituito da sfere incastonate l'una nell'altra.

1 - Il sistema geocentrico è un modello astronomico che pone la Terra al centro dell'Universo, mentre tutti gli altri corpi celesti ruoterebbero attorno ad essa.

Ci restano anche l'*Analemma*, il Planisphaerium e il secondo libro delle *Fasi*. Fu anche autore di un'importante opera di teoria musicale, gli *Armonici* e dell'*Ottica*.

Il trattato conosciuto come *Tetrabiblos* o *Opus quadripartitum* (ossia "opera in quattro libri"), è l'opera astrologica di Tolomeo. Quest'opera è considerata il testo fondamentale dell'astrologia classica che sta alla base dell'astrologia occidentale. Tolomeo è il primo autore classico ad affrontare l'argomento astrologico con rigore: a differenza di coloro che lo avevano preceduto, organizza l'analisi delle influenze dei movimenti degli astri in pochi presupposti ben definiti, istruendo il lettore a dedurre le predizioni utilizzando leggi geometriche precise.

Un'altra opera importante di Tolomeo è la *Geografia*, che contiene un'esposizione delle basi teoriche della geografia matematica e le coordinate di 8000 diverse località.

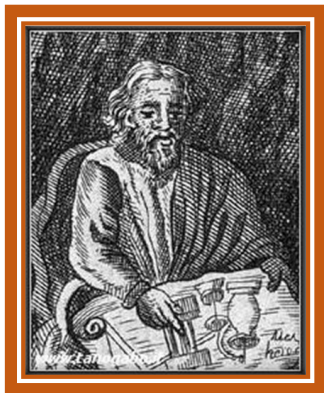
La mappa dell'*oikoumenè* (ecumene, ossia mondo abitato) di Tolomeo.

❖ Nicomaco di Gerasa 60 – 120 d.C.

È stato un matematico greco antico dell'età ellenistica nato a Gerana, attuale Jerash, capitale della Giordania. Tra i maggiori matematici dell'antichità di scuola pitagorica, fu influenzato anche da Aristotele. Le sue opere più note sono *l'Introduzione all'aritmetica* (*Arithmetike Eisagoge*) e il *Manuale di armonica* (*Encheiridion Harmonikes*). Nell'Introduzione all'aritmetica, si occupa dei numeri, specie del significato dei numeri primi e dei numeri perfetti[1], convinto che l'aritmetica sia all'origine delle altre discipline matematiche, come la geometria, la musica e l'astronomia. A lui si deve il primo riferimento giunto fino a noi del crivello di Eratostene, il famoso metodo per l'individuazione dei numeri primi, sottolineandone la duplice utilità: decidere se un numero è primo e stabilire se due numeri sono primi fra loro (confrontandone i fattori primi).

---

1 - In matematica un numero naturale si dice perfetto quando questo è uguale alla somma dei suoi divisori propri. Per esempio 6 = 1+2+3 è numero perfetto, così come 28 = 1+2+4+7+14.

❖ Erone di Alessandria I – II sec d.C.

Le notizie sulla vita di Erone sono scarsissime: il secolo in cui visse è stato individuato datando al 13 marzo del 62 d.C. un'eclissi di Luna da lui osservata. Il suo nome è spesso messo in relazione con epiteti quali matematico, inventore o fisico. Furono le sue stesse opere scritte a diffondere un sapere per quei tempi rivoluzionario, attraverso testi come *Metrica* (sulla misura delle forme geometriche), nella quale è contenuta una formula per calcolare l'area di un triangolo[1]. In altri testi matematici come *Definitiones, Geometria, Geodaesia, Stereometrica, Mensurae* propone brillanti sistemi per risolvere problemi di misurazione, illustra l'invenzione di un metodo per approssimare le radici quadrate e cubiche di numeri che non sono quadrati o cubi perfetti

1 – La formula di Erone: $\sqrt{p \times (p-a) \times (p-b) \times (p-c)}$ dove a,b,c sono i lati del triangolo e p è il semiperimetro.

Di particolare spessore sono anche le ricerche di ottica[2] in cui giunge a definire correttamente le leggi della riflessione. Un capitolo sull'astronomia lo troviamo in un altro trattato[3] nel quale fornisce il metodo per calcolare la distanza tra due città, Roma e Alessandria, basandosi sulle diverse ore locali in cui è stata osservata un'eclissi lunare. Erone era altresì interessato ai principi di pneumatica[4] e inventò alcuni dispositivi idraulici nonché la prima macchina a vapore, l'eolipila (foto a destra), di cui da una spiegazione del suo funzionamento. Curiosa è anche la realizzazione di un particolare meccanismo in grado di spalancare le porte di un qualsiasi tempio. L'impatto scenico e psicologico su chi osservava la scena miracolosa era di certo assicurato. Il capolavoro di Erone è però il trattato di Meccanica, giuntoci solo in traduzione araba. In questo testo porta a sistemazione definitiva l'aspetto teorico e pratico della meccanica, riconducendola alle cinque macchine semplici: la leva, l'argano, la carrucola, la vite e il cuneo.

---

2 –*Catottrica.* 3 –*Diottra.* 4 –*Pneumatica*

❖ Diofanto di Alessandria III–IV sec d.C.

Vissuto nel periodo tra il III e il IV secolo d.C., alcuni ritengono che sia stato l'ultimo dei grandi matematici ellenistici. A Diofanto viene spesso dato l'appellativo di "padre dell'algebra"; tale appellativo non va però preso alla lettera. La sua opera non presenta affatto quel tipo di contenuti che forma la base dell'algebra elementare moderna; e neppure è simile all'algebra geometrica riscontrabile in Euclide. L'opera principale di Diofanto a noi nota è l'*Arithmetica*, un trattato originariamente in tredici libri, di cui sono pervenuti solo i primi sei. Va ricordato che nell'antica Grecia il termine aritmetica indicava la teoria dei numeri e non il calcolo numerico. In questa opera è presentata essenzialmente una nuova branca matematica. Per il fatto che in essa non compaiono metodi geometrici, assomiglia in larga misura all'algebra dei babilonesi; tuttavia mentre i matematici babilonesi si erano interessati prevalentemente della soluzione

approssimata di equazioni determinate fino al terzo grado, l'*Arithmetica* di Diofanto è quasi esclusivamente dedicata alla soluzione esatta di equazioni sia determinate che indeterminate. Tali equazioni prendono il nome di equazioni diofantee[1]. Inoltre è lui che introduce alcuni simboli per rappresentare gli operatori aritmetici più comuni prendendoli a prestito dall'alfabeto greco. Fino ad allora si usava esclusivamente il linguaggio naturale, senza ricorrere ad alcun segno. A Diofanto si deve un famoso problema, che egli stesso volle venisse scritto sulla propria tomba sotto forma di epitaffio:

"Questa tomba rinchiude Diofanto e, meraviglia! dice matematicamente quanto ha vissuto. Un sesto della sua vita fu l'infanzia, aggiunse un dodicesimo perché le sue guance si coprissero della peluria dell'adolescenza. Dopo un altro settimo della sua vita prese moglie, e dopo cinque anni di matrimonio ebbe un figlio. L'infelice (figlio) morì improvvisamente quando raggiunse la metà dell'età che il padre ha vissuto. Il genitore sopravvissuto fu in lutto per quattro anni e raggiunse infine il termine della propria vita."

La soluzione dell'enigma sta nella seguente equazione: $\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}+4=x$ da cui si ricava l'età x= 84.

---

1 - Equazioni in una o più incognite con coefficienti interi di cui si ricercano le soluzioni intere.

❖ Pappo di Alessandria 290 – 350 d.C.

Vissuto in un periodo di decadenza degli studi geometrici, è stato sicuramente il maggior cultore della geometria dei suoi tempi. Della sua vita si conosce ben poco e anche le date della sua nascita e della sua morte sono assai incerte. Sembra accertata solo la data del 320, anno intorno al quale egli ha scritto un commento all'Almagesto di Claudio Tolomeo. Inoltre le sue opere sono in gran parte andate perdute; l'unica pervenutaci è quella intitolata *Synagoge*, nota anche come *Collectiones mathematicae*: un compendio di matematica che consisteva di otto volumi; di questi però il primo e parti del secondo sono perdute. L'opera copre un ampio ventaglio di argomenti, tra i quali geometria, matematica ricreativa, duplicazione del cubo, poligoni e poliedri.

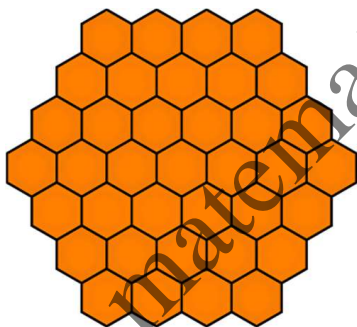
PAPPI
ALEXANDRINI
MATHEMATICAE
COLLECTIONES
A FEDERICO
COMMANDINO
VRBINATE
LEOPOLDO GVLIELMO
ARCHIDVCI AVSTRIAE, &c.

Mathematicae collectiones, 1660

Affascinante è un risultato dei suoi studi: studiando i favi delle api osservò come l'esagono regolare, rispetto ad altre possibili pavimentazioni del piano con poligoni regolari, presenta un rapporto area-perimetro massimo per ogni cella. Nel libro V, dove fa un confronto tra le figure piane aventi stesso perimetro con la circonferenza e il confronto tra le figure solide aventi stessa superficie con la sfera, scrive:

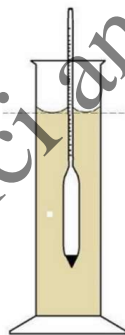
"La divinità, caro Megezio, ha dato agli uomini la concezione più alta della saggezza e delle matematiche, ma non ha conferito che parzialmente questo privilegio agli animali. In effetti ha accordato agli uomini il potere, attraverso la loro intelligenza, di fare ogni cosa con ragione e cognizione di causa e, in quanto agli altri esseri viventi, ha conferito a ciascuno di loro la facoltà di apprendere quello che gli è utile per le loro necessità vitali, non più attraverso la ragione, ma grazie a una qualche intuizione naturale. Si può infatti osservare la realtà di questo fatto in un gran numero di specie animali e particolarmente tra le api. In effetti non solo è possibile ammirare la loro disciplina e la loro sottomissione verso quelle che dirigono il governo stabilito tra loro, ma, cosa ancor più stupefacente, la loro pulizia nella raccolta del miele la loro attenzione e saggezza nella sua conservazione. Si direbbe che, convinti che è da parte degli dei che esse portano questa parte d'ambrosia agli uomini colti, le api non hanno creduto opportuno dispandere il loro miele a caso sul suolo sui boschi o su qualche altra materia informe o irregolare, ma hanno scelto i più bei fiori tra i più piacevoli che crescono sulla superficie della terra e, per contenere questo miele hanno costruito dei vasi che si chiamano alveoli, tutti uguali tra loro, simili, giustapposti e di forma esagonale. Del resto ecco come ci

si può rendere conto di ciò a cui esse arrivano grazie a una qualche intuizione geometrica. Esse hanno creduto che queste figure dovevano essere assolutamente giustapposte e avere i loro lati comuni in modo che sostanze estranee non potessero cadere negli interstizi e sporcare così il frutto del loro lavoro. Ora solo tre figure rettilinee potevano soddisfare questa condizione, cioè le figure regolari, equilatere e equiangole; perché le figure non regolari ripugnavano alle api e queste dunque sono i triangoli, i quadrilateri e gli esagoni regolari giustapposti che possono avere così i loro lato comuni senza che ci sia tra loro degli interstizi non regolari. In effetti lo spazio attorno a uno stesso punto è riempito da sei triangoli equilateri in ragione di 6 angoli ciascuno dei quali vale 2/3 di un angolo retto, da 4 quadrati in ragione di 4 angoli retti e da 3 esagoni in ragioni di 3 angoli di esagono ciascuno dei quali vale un angolo retto e 1/3. Ma tre pentagoni non sono sufficienti a riempire lo spazio attorno a uno stesso punto, mentre 4 eccedono questo spazio perché tre angoli di pentagono sono più piccoli di 4 angoli retti (perché ciascuno di essi vale un angolo retto e 1/5), e 4 di questi angoli superano 4 angoli retti. E tre ettagoni non possono essere disposti attorno a uno stesso punto, mantenendosi giustapposti tra loro, secondo i loro lati, perché tre angoli d'ettagono superano 4 angoli retti (perché ciascuno di loro vale un angolo retto e 3/7); e lo stesso ragionamento si può applicare, a fortiori, ai poligoni con più lati. Di conseguenza poiché abbiamo tre figure con le quali è possibile riempire lo spazio attorno a uno stesso punto: il triangolo il quadrato e l'esagono, le api hanno scelto per il loro lavoro, grazie alla loro abilità, la figura più poligonale, dopo aver compreso che può contenere più miele di ciascun altra figura. D'altronde, le api tengono conto solo di ciò che è loro utile, in particolare che l'esagono è più grande del quadrato e del triangolo e che, se la stessa quantità di materia viene usata per la

costruzione di ciascuna di queste figure è l'esagono che potrà contenere più miele. Ma per quello che ci riguarda, poiché abbiamo la pretesa di possedere più sapere delle api, cercheremo qualcosa di più significativo. In effetti, tra le figure piane equilatere e equiangole dello stesso perimetro quelle che possiedono un numero di angoli maggiori è in continuità più grande e la più grande di tutte è il cerchio che ha il loro stesso perimetro."

È proprio vero che il lavoro nobilita … l'ape!

❖ Ipàzia di Alessandria 370 – 415 d.C.

Ipazia nacque ad Alessandria d'Egitto e crebbe nel colto ambiente alessandrino. Ricevette una istruzione di prim'ordine dal padre Teone, matematico e astronomo, direttore del *Museion*, la più famosa Accademia dell'antichità. Approfondì i suoi studi presso la Scuola neoplatonica, oltre che ad Atene e in Italia. All'età di 31 anni assunse la direzione della Scuola neoplatonica di Alessandria. Insegnante di matematica e di filosofia, ella fu un'autorità e un indiscusso punto di riferimento culturale nello scenario dell'epoca. Scrisse trattati di matematica e compilò tavole astronomiche. La sua opera più significativa è un commento in tredici volumi all'*Aritmetica* di Diofanto: sviluppò soluzioni alternative a vecchi problemi e ne formulò di nuovi che vennero inglobati in seguito nell'opera. Scrisse anche un commento a *Le coniche* di Apollonio di Pergamo: inserì il *Corpus astronomico,* una raccolta da lei compilata di tavole astronomiche sui moti dei

corpi celesti. La studiosa fu autrice con il padre di un commento all'*Almagesto* di Tolomeo di un'edizione riveduta e corretta degli *Elementi* di Euclide. Ipazia si occupò anche di meccanica e di tecnologia applicata. Le vengono attribuite due invenzioni: un areometro e un astrolabio piano. Il primo strumento, che determina il peso specifico di un liquido (foto a destra), fu progettato come un tubo sigillato avente un peso fissato ad un'estremità: a seconda di quanto questo tubo affondava in un liquido, era possibile leggerne su una scala graduata il peso specifico.

Astrolabio piano, 832 d.C.

L'astrolabio progettato da Ipazia era formato da due dischi metallici forati, ruotanti uno sopra l'altro mediante un perno rimovibile: veniva utilizzato per calcolare il tempo, per definire la posizione del Sole, delle stelle e dei pianeti. Pare che mediante questo strumento Ipazia abbia addirittura risolto alcuni problemi di astronomia sferica. Nonostante vivesse in un'epoca in cui le donne venivano considerate esseri inferiori, Ipazia divenne così celebre che rnolti affrontavano lunghi viaggi per ascoltare le sue lezioni.

La morte di Ipazia, 1866 Louis Figuier

La sua vita si concluse con una tragica morte, dovuta alle persecuzioni cristiane contro i rappresentanti della scienza ellenistica, che proponevano un razionalismo inconciliabile con la religione emergente. Fu così che Ipazia, pagana, ma convinta sostenitrice della distinzione tra religione e conoscenza, donna che rappresentava una provocazione per la sua condotta di vita indipendente, per l'impegno civile e per la sua influenza politica, cadde vittima di tale persecuzione. Durante un agguato, tesole da un gruppo di fanatici cristiani, fu fatta letteralmente a pezzi e cancellarono ogni traccia di lei bruciando i resti.

Daniele Ballo è nato a Terni il 13 maggio 1991. Si è diplomato come perito informatico presso l'Istituto tecnologico industriale Allievi-Sangallo di Terni nel 2010. Attualmente è studente di Matematica presso l'Università degli studi di Perugia.